Chapter 1

열전달률 $q\,[W]$

열유속 $q''\,[W/m^2]$

단위 부피당 열전달률 $\dot{q}\,[W/m^3]$

열전도도 $k\,[W/m\cdot K]$

대류 열전달 계수 $h\,[W/m^2\cdot K]$

전도 $q_{cond} = -kA\nabla T$

대류 $q_{conv} = hA(T_s - T_\infty)$

복사 $q_{rad} = \varepsilon\sigma A(T_s^4 - T_\infty^4)$

↳ $\sigma : 5.67\times10^{-8}\,W/m^2\cdot K^4$

표면 방사도 $E = \varepsilon\sigma T_s^4$

조사 $G = \sigma T_{sur}^4$

복사 열전달 계수 (h_r)

$h_r = \varepsilon\sigma(T_s + T_{sur})(T_s^2 + T_{sur}^2)$ $\quad q_{rad} = h_r A(T_s - T_{sur})$

$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = 0$ ⇐

$q''_{cond} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0$

일반적으로 나가는 에너지는 대류 + 복사

단, 액체의 경우 복사가 일어나지 않음

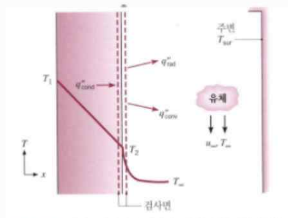

그림 1.10 매질 표면에서의 에너지보존에 대한 에너지평형.

Chapter 2

에너지 평형 방정식

$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st}$

에너지 생성항 $\dot{E}_g = \dot{q}\,dxdydz$

에너지 저장항 $\dot{E}_{st} = \rho V C_p \frac{\partial T}{\partial t}$

$= \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz$

열확산 방정식

↱ $k\frac{\partial T}{\partial x}$가 q_x로 대체 가능

$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$

$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{\rho C_p}{k}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

열확산율 $\alpha = \frac{k}{\rho C_p}$ ⇒ 물체의 성질을 나타내는 parameter

if C_p ↑ ⇒ 열 보유가 잘 돼 열확산이 안 됨

열확산 방정식 - 원통형

$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$

if 정상 상태 ⇒ $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = 0$

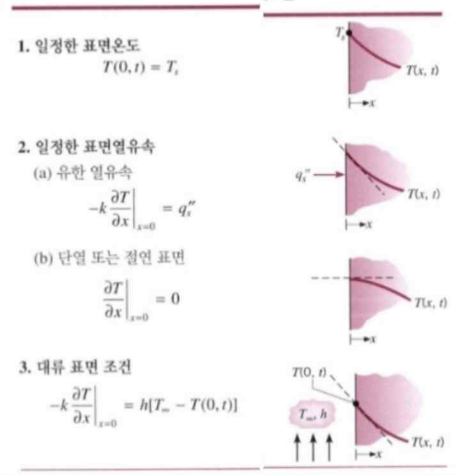
표 2.2 표면($x = 0$)에서 열확산 방정식 조건

1. 일정한 표면온도
$T(0, t) = T_s$

2. 일정한 표면열유속
(a) 유한 열유속
$-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = q''_s$

(b) 단열 또는 절연 표면
$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0$

3. 대류 표면 조건
$-k\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = h[T_\infty - T(0, t)]$

원통형 열확산 방정식 유도

↳ $\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} + \dot{E}_g = \dot{E}_{st}$

$q_r - q_{r+dr} + \dot{q}V = \rho C_p V \frac{\partial T}{\partial t}$

⇓

$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$

원통형 이므로 $V = 2\pi r dr$

$q_r = -k(2\pi r\cdot l)\frac{\partial T}{\partial r}$

$q_{r+dr} = q_r + \frac{\partial}{\partial r}q_r dr$

$= q_r + \frac{\partial}{\partial r}\left(-k\cdot 2\pi r\cdot\frac{\partial T}{\partial r}\right)dr$

구형 열확산 방정식 유도

↳ 구형은 $V = 4\pi r^2 dr$ 사용

⇒ $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$

$q_r = -k\cdot 4\pi r^2\cdot\frac{\partial T}{\partial r}$

$q_r = q_r + \frac{\partial}{\partial r}\left(-k\cdot 4\pi r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)dr$

경계 조건

- Dirichlet boundary
  ↳ 표면이 고정 온도로 유지
- Neumann boundary
  ↳ 표면에 고정되거나 일정한 열유속 q''_s가 존재할 때

초기 조건 $T(x, 0) = T_0$

Chapter 3

평판의 온도 분포 (1차원 정상상태, 내부 에너지 X, 면적 고려 X)

↳ k가 상수일 때 $\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = 0$ 적분 시 $T = C_1 x + C_2$

경계 조건 $(T)_{x=0} = T_{s1} = C_2$ ⇒ $C_2 = T_{s1}$

$(T)_{x=L} = T_{s2} = C_1 L + C_2$ ⇒ $C_1 = \frac{T_{s2} - T_{s1}}{L}$

⇒ $T(x) = \frac{T_{s2} - T_{s1}}{L}x + T_{s1}$

↳ $k = k_0(1 + \beta T)$ ⇒ 열전도율이 온도의 함수

$\frac{d}{dx}\left[k_0(1+\beta T)\frac{dT}{dx}\right] = 0$ 적분 시 $k_0\left(T + \frac{\beta}{2}T^2\right) = C_1 x + C_2$

경계 조건을 통해 계산하면

$T + \frac{\beta}{2}T^2 = \left[(T_{s2} - T_{s1}) + \frac{\beta}{2}(T_{s2}^2 - T_{s1}^2)\right]\frac{x}{L} + \left(T_{s1} + \frac{\beta}{2}T_{s1}^2\right)$

열저항

⇒ 열흐름은 전기흐름과 유사 $V = IR$ ⇒ $I = \frac{\Delta V}{R}$

↳ 전도 $q = -kA\frac{dT}{dx} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{L/kA} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{R_t}$ $\quad R_t = \frac{L}{kA}$ [K/W]

↳ 대류 $q = hA[T_s - T_\infty] = \frac{T_s - T_\infty}{1/hA} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{R_t}$ $\quad R_t = \frac{1}{hA}$ [K/W]

저항은 스프링과 유사

↳ 병렬 ⇒ $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ ⇒ $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

↳ 직렬 ⇒ $R = R_1 + R_2$

ex) 대류 - 전도 - 대류

↳ $q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{tot}}$ $\quad R_{tot} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A}$

if 복사가 있으면 복사열전달계수 (h_r) 사용

$h_r = \varepsilon\sigma(T_s + T_{sur})(T_s^2 + T_{sur}^2)$

복합벽의 경우

$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{L_A}{k_A A} + \frac{L_B}{k_B A} + \frac{L_C}{k_C A} + \frac{1}{h_2 A}}$

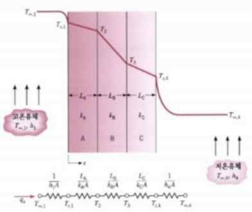

그림 3.2 직렬 복합벽에 대한 등가 열회로.

총괄 열전달계수 U 사용 시

$q_x = UA\Delta T$ $\quad U\,[W/m^2\cdot K]$

$U = \frac{1}{R_{tot}\cdot A}$ $\quad R_{tot} = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{UA}$

실린더에서의 1차원 열전도

열전도 방정식 ⇒ $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(kr\frac{dT}{dr}\right) = 0$ 적분 시 $T(r) = \frac{C_1}{k}\ln r + C_2$

⇒ $T(r) = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)}\ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s,2}$

열전달률 $q_r = -kA\frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL)\frac{dT}{dr}$ $\quad \frac{dT}{dr} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)}\cdot\frac{1}{r}$ 대입

⇒ $q(r) = 2\pi kL\frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_2/r_1)}$ 이 때 $R_t = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL}$

대류 $R_t = \frac{1}{2\pi r_2 L h}$

접촉 저항 : 물체가 접촉 시에도 표면 조도로 인해 미세 열저항 발생

열 에너지 발생이 있는 전도

환(저항 가열) 저항 R_e, 전류 I

↳ $\dot{E}_g = I^2 R_e$

단위 체적당 열에너지 발생률 $\dot{q} = \frac{\dot{E}_g}{V} = \frac{I^2 R_e}{V}$

평면 벽 ⇒ $\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$

$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{s2} - T_{s1}}{2}\cdot\frac{x}{L} + \frac{T_{s1} + T_{s2}}{2}$

대칭 $T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_s$

최고 온도 $T(0) = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_s$

반지름 방향 계 ⇒ $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$

$T(r) = \frac{\dot{q}r_0^2}{4k}\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) + T_s$

원통 내부 발생 열량 = 대류에 의해 빼긴 열량

$\dot{q}(\pi r_0^2 L) = h(2\pi r_0 L)(T_s - T_\infty)$ ⇒ $T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}r_0}{2h}$